

Génie électrique et électronique
Microtechnique

MSE-101(b)

Propriétés Magnétiques

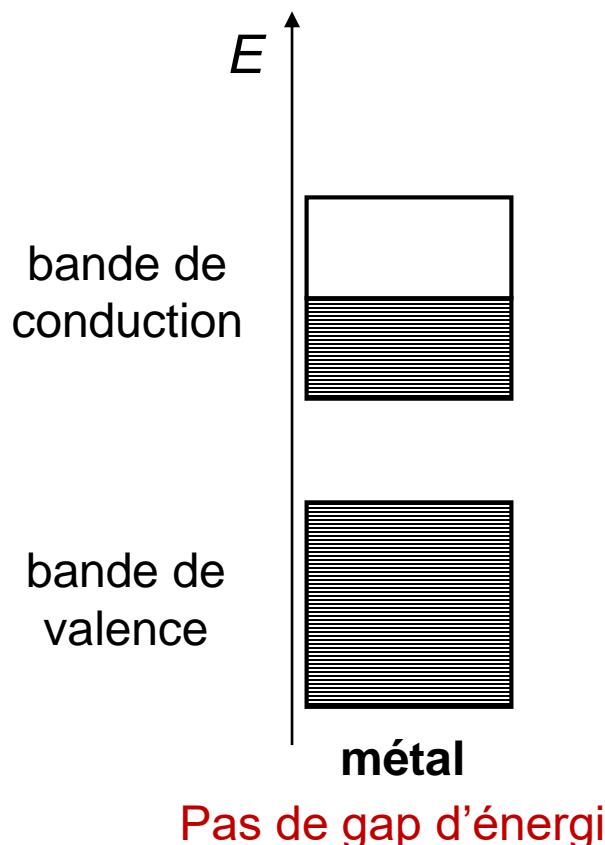
Roland Logé

Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne



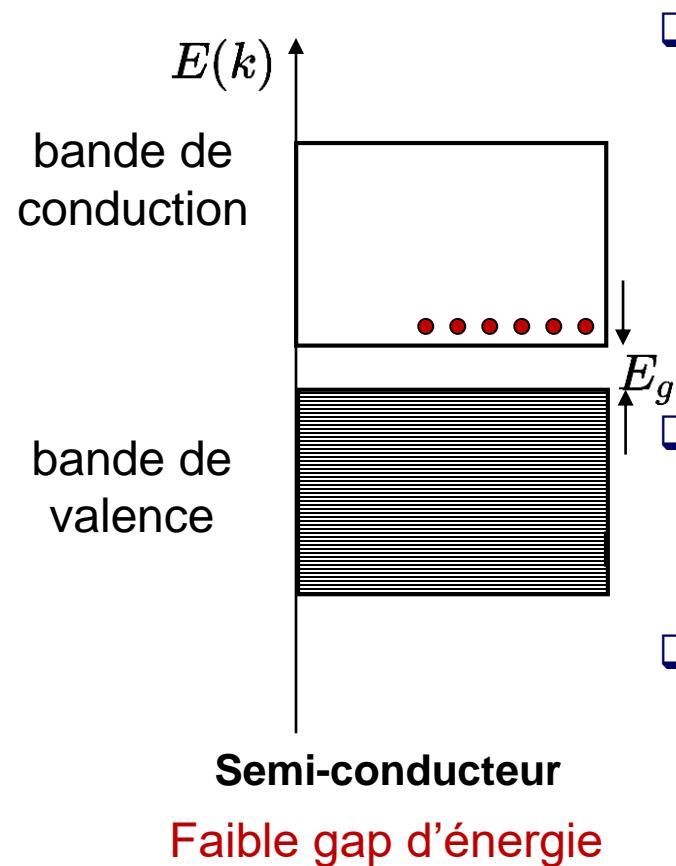
Rappels

- **Les métaux (conducteurs)** sont caractérisés par des électrons quasi-libres, avec une densité n_e [m⁻³], dans un ensemble de ions positifs.
 - Les niveaux électroniques d'énergie sont représentés par une bande de conduction déjà partiellement occupée.



Rappels

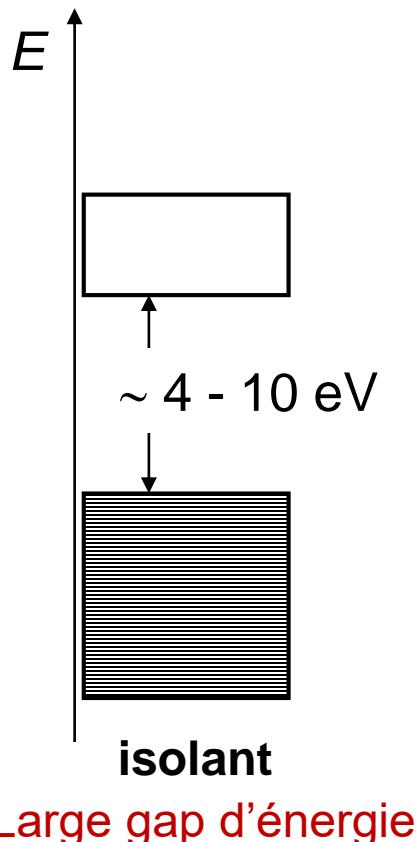
- **Les semi-conducteurs** sont caractérisés par un gap d'énergie E_g faible entre bande de valence et bande de conduction (Si: $E_g = 1.12$ eV / Ge: $E_g = 0.66$ eV).
- A température absolue nulle, la bande de conduction est inoccupée et le semi-conducteur se comporte donc comme un isolant



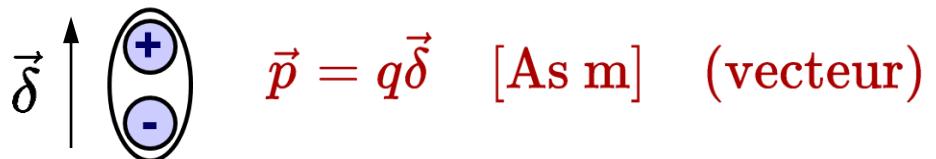
- En augmentant la température, la bande de conduction devient partiellement occupée avec une densité n_e
- $$n_e \propto \exp\left(\frac{-E_a}{k_B T}\right) \quad \text{avec} \quad E_a \approx \frac{E_g}{2}$$
- Le semi-conducteur devient conducteur.
- Une augmentation de la température augmente la densité d'électrons libres, et donc, à l'inverse des métaux, diminue sa résistivité.
- En **dopant** le semi-conducteur avec des éléments tels que P⁵⁺ (ou B³⁺), on peut créer des zones plus riches en électrons (ou en défauts d'électrons = trous), et ainsi faire des diodes, transistors,...

Rappels

- **Les isolants (diélectriques)** sont caractérisés un gap d'énergie E_g important entre bande de valence et bande de conduction, inoccupée (diamant: $E_g = 5.47$ eV)
- La capacité d'isolation se maintient jusqu'à un champ critique, le **champ disruptif** ou rigidité électrique E_{disr} (8 – 60 MV/m), créant alors un claquage dans le matériau.



- Si les charges ne peuvent pas se déplacer librement, elles sont néanmoins présentes et peuvent former des **dipôles électriques**:

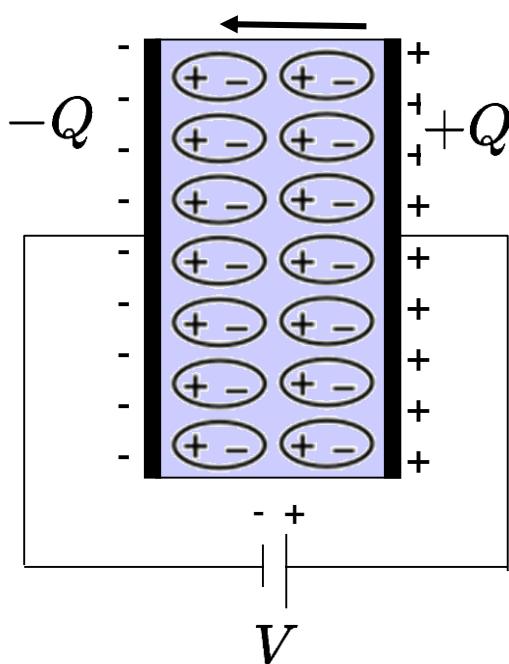


- La densité de dipôles est appelée **polarisation**:
- Le matériau peut contenir initialement des dipôles (e.g. BaTiO₃), qui s'orientent dans un champ électrique. S'il n'en contient pas, le champ crée des dipôles (polarisation induite).

Rappels

- Placé entre les plaques d'un condensateur, **les dipôles d'un isolant s'orientent** (ou sont induits et s'orientent), augmentant ainsi sa capacité C .

$$E = \frac{V}{d}$$



$$Q = CV \text{ avec } C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$$

Constante diélectrique relative

Verre	5 – 7	Eau	78.5
Nylon, PET	3.5	BaTiO ₃	> 5'000

- Dans un champ alternatif, le déphasage entre courant et tension n'est plus de $\pi/2$: la dissipation d'énergie est alors donnée par un coefficient de perte diélectrique L_E :

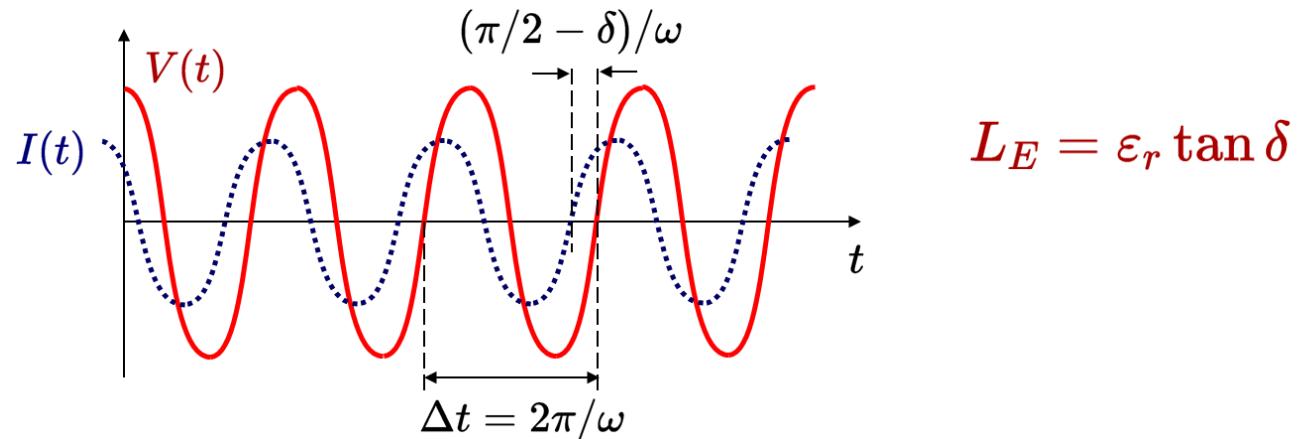


Table des matières

- Introduction
- Electromagnétisme dans le vide
- Origine des propriétés magnétiques des matériaux
- Propriétés magnétiques des matériaux:
 - Diamagnétisme
 - Paramagnétisme
 - Ferromagnétisme
- Aimants et cycles d'hystérèse

Introduction

De plus en plus de matériaux sont utilisés pour leurs **propriétés fonctionnelles**, notamment magnétiques, tout en devant posséder certaines caractéristiques mécaniques.



Introduction

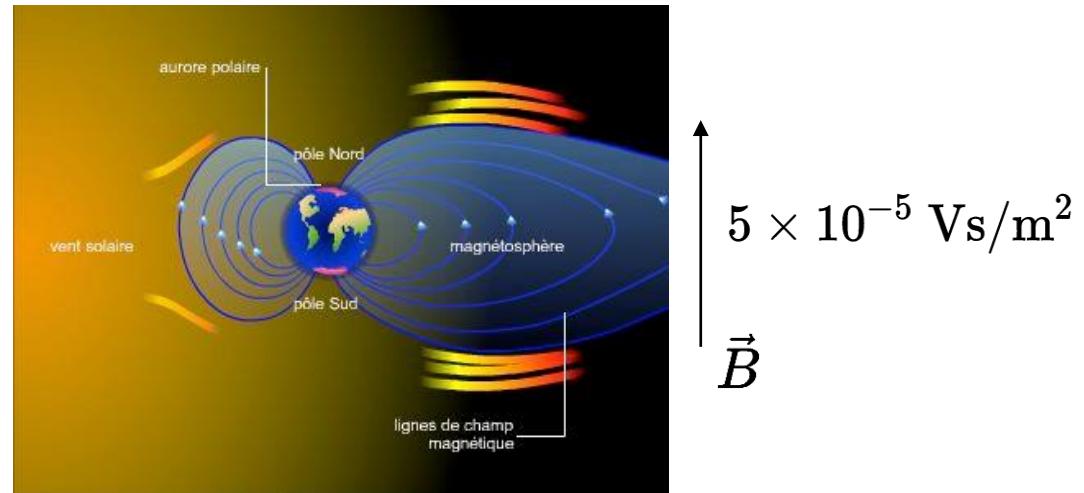
La première véritable observation des phénomènes de magnétisme est attribuée à Thalès de Milet (VI^{ème} s. avant J.C.)



Magnétite: Fe_3O_4 (pierre trouvée en Magnésie)

Attire certains matériaux: Fer, acier, cobalt, nickel...

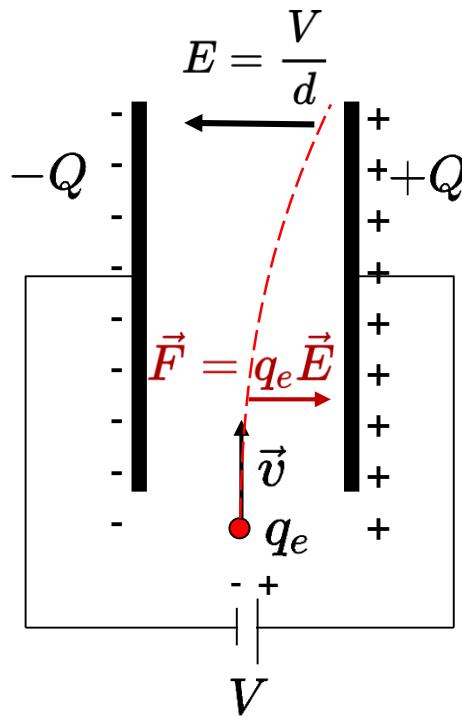
L'invention de la **boussole** au XI^{ème} siècle est la première utilisation pratique de la force magnétique: l'aiguille (aimantée) s'oriente dans le champ magnétique terrestre, lui-même créé par les mouvements de convection du magma (90% de fer liquide).



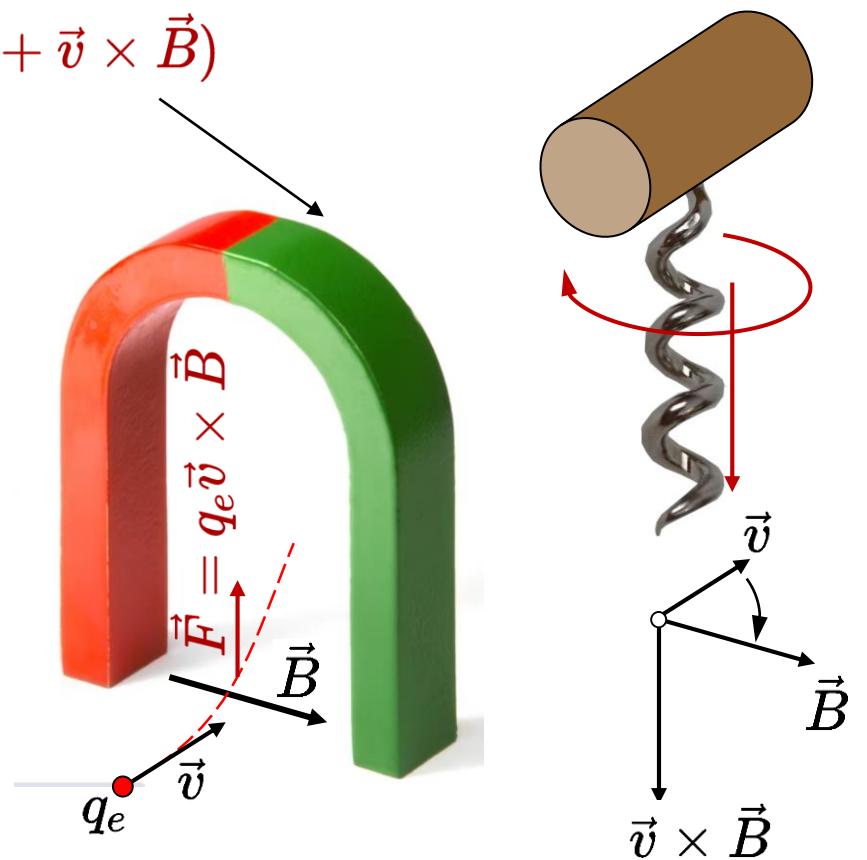
<http://www.larousse.fr/encyclopedie/divers/g%C3%A9tisme/55127>

Electromagnétisme dans le vide

A la fin du XIX^{ème} siècle, **Lorentz** (travaux préliminaires de Maxwell) exprime la force qui agit sur une particule chargée en mouvement dans un champ électromagnétique:



$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

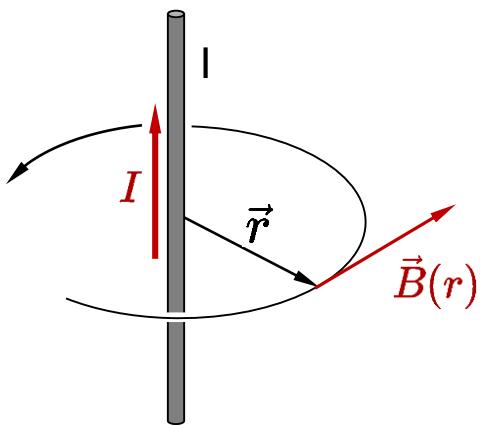
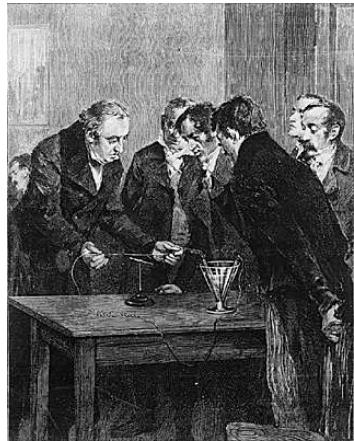


Faisceau d'électrons (sous vide) dans un condensateur

Faisceau d'électrons (sous vide) dans l'entrefer d'un aimant permanent

Electromagnétisme dans le vide

C'est **Coulomb** qui au XVIII^{ème} siècle entame une étude plus scientifique de ces phénomènes. En 1820, H. C. Oersted a mis en évidence l'effet d'un courant électrique passant dans un fil sur une aiguille magnétique !



$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$B = \mu_0 H$$

$\vec{B}(r)$: champ d'**induction magnétique**, son unité est le **Tesla** (T) ou $\frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$

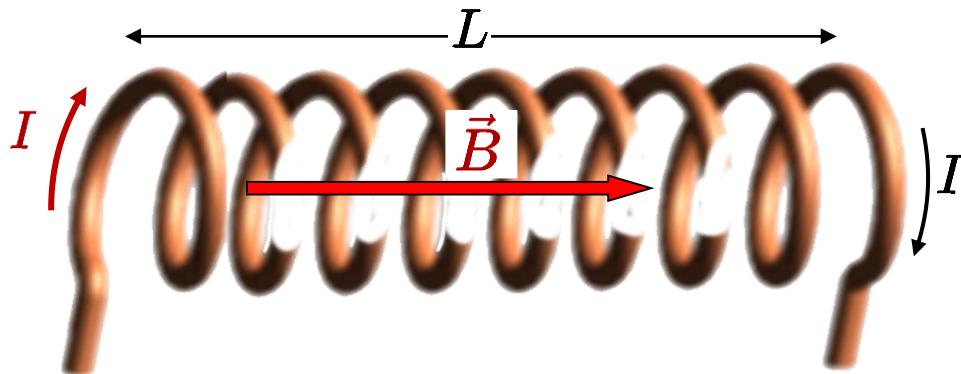
μ_0 : perméabilité magnétique du vide $= 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

\vec{H} : champ magnétique, relié à B (dans le vide) par la relation ci-dessus

$$\frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Electromagnétisme dans le vide

Une bobine est composée de N spires dont le diamètre D est supposé beaucoup plus petit que la longueur totale L de la bobine. Lorsque un courant I circule dans les spires, cela génère dans le vide un champ magnétique H , et une induction magnétique B .



$$|\vec{B}| = \mu_0 |\vec{H}| = \mu_0 \frac{NI}{L} \quad [\text{Vsm}^{-2}]$$

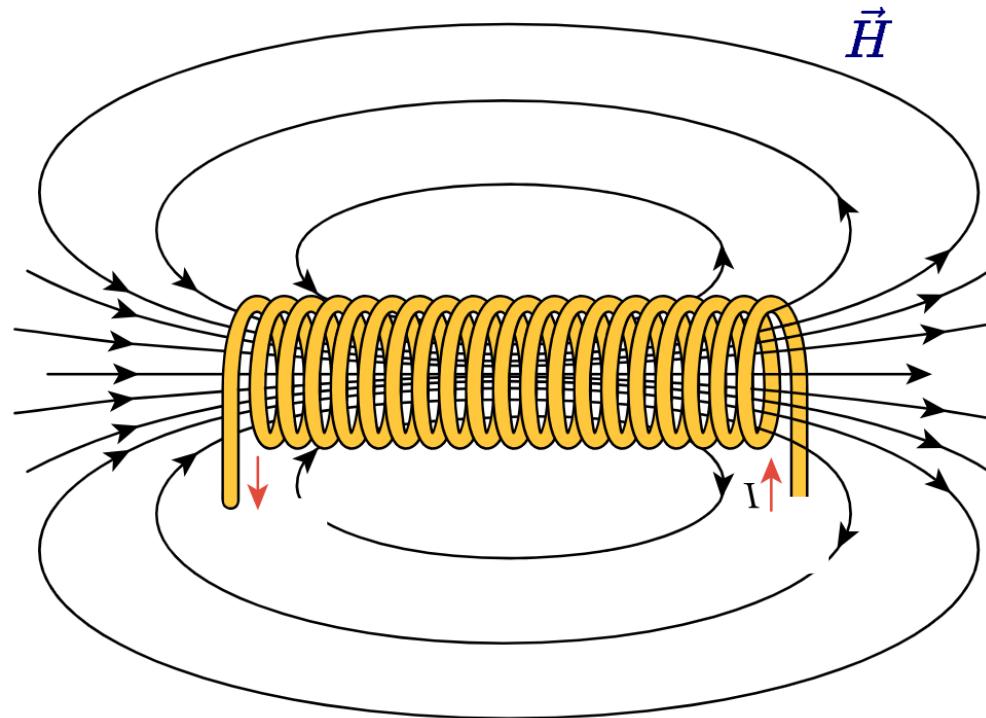
Les deux constantes de l'électromagnétisme, ε_0 et μ_0 , sont liées à la vitesse de la lumière dans le vide, c :

$$\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1$$

Electromagnétisme dans le vide

Si le solénoïde est infiniment long, on peut montrer que le champ magnétique est nul à l'extérieur et uniforme à l'intérieur.

Dans le cas d'un solénoïde de dimension finie, les lignes du champ magnétique ont l'allure suivante:



Le champ magnétique
est faible à l'extérieur

Les lignes de champ
sont resserrées et le
champ magnétique est
fort à l'intérieur

A cette échelle (macroscopique), le magnétisme est donc dû à des charges en mouvement (ici, un courant).

Origine des propriétés magnétiques

Dans la matière, le magnétisme est bien sûr lié aux atomes (ou molécules) et si l'on ne considère que les électrons, il faut distinguer le magnétisme lié :

- au **mouvement orbital de l'électron** autour du noyau (l, m_l) si l'on considère une couche orbitale incomplète,
- au **spin** m_s de l'électron (+1/2 ou -1/2), une notion quantique mais qui peut être vu comme une petite boussole intrinsèque de l'électron

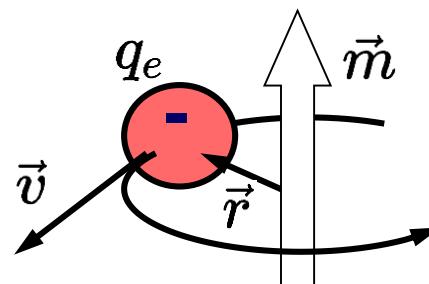
Dans la vision classique de l'atome de Bohr, le **moment (ou dipôle) magnétique orbital** est analogue à ce qui a été vu pour l'induction magnétique créée par un courant dans une spire.

Moment magnétique: vision Bohr

$$\vec{m} = 1/2 q_e \vec{r} \times \vec{v} = -\frac{|q_e|}{2m_e} \vec{L} \quad [\text{Am}^2]$$

Avec le moment cinétique défini comme:

$$\vec{L} = m_e \vec{r} \times \vec{v}$$



Origine des propriétés magnétiques

Cette notion d'orbitale classique n'est cependant pas compatible avec l'énergie rayonnée par une charge en rotation.

Dans la vision quantique, le **moment magnétique orbital** est donné par:

$$|\vec{m}| = -\frac{|q_e|\hbar}{2m_e} \sqrt{l(l+1)} m_l = -\mu_B \sqrt{l(l+1)} m_l$$

l = nombre quantique orbital (ou azimutal)

m_l = nombre quantique magnétique ($-l, \dots, +l$)

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.054 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

h Cste de Planck

$$\mu_B = \frac{|q_e|}{2m_e} \hbar = 9.274 \times 10^{-24} [\text{Am}^2]$$

magnéton de Bohr

Le **moment magnétique de spin** de l'électron vaut : $\mu_S \approx 2\mu_B m_s$

Le moment magnétique résultant de l'ensemble des électrons d'un atome tient donc compte de ces définitions et des règles pour remplir les orbitales ainsi que des électrons libres d'un métal.

- Une **orbitale pleine** aura un **moment magnétique résultant nul**.
- Le moment magnétique du noyau a été négligé, car le magnéton de Bohr d'un proton est beaucoup plus faible (masse beaucoup plus grande).

Origine des propriétés magnétiques

Au final, si chaque atome porte un moment magnétique \vec{m}_i résultant des contributions orbitale et de spin, on définit la densité de ces moments comme une **aimantation résultante** :

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{m}_i \quad \left[\frac{\text{Am}^2}{\text{m}^3} = \frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

L'aimantation a les mêmes unités que le champ magnétique (A/m). La relation entre induction magnétique et champ magnétique devient alors:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0\mu_r \vec{H}$$

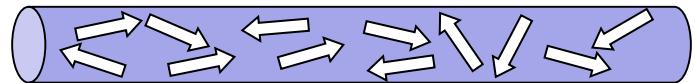
$$\vec{M} = \chi_M \vec{H} \quad \mu_r = (1 + \chi_M)$$

où l'on a défini la **suscéptibilité magnétique** du matériau: $\chi_M = \frac{M}{H}$

et la **perméabilité magnétique relative** du matériau: $\mu_r = (1 + \chi_M)$

Origine des propriétés magnétiques

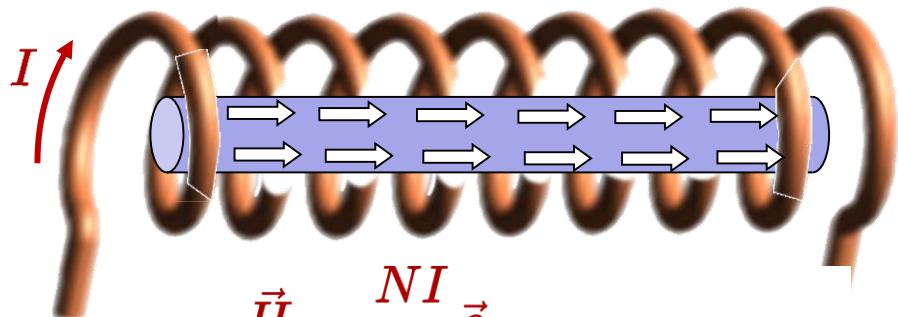
Prenons le cas d'un matériau contenant des moments magnétiques, a priori désorientés hors d'un champ magnétique, que l'on place dans une bobine (on verra qu'il s'agit d'un matériau paramagnétique).



$$\vec{H} = 0$$

$$\vec{M} = 0$$

$$\vec{B} = 0$$



$$\vec{H} = \frac{NI}{L} \vec{e}_z$$

$$\vec{M} = \chi_M \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0\mu_r \vec{H}$$

- Sans champ magnétique externe, les moments magnétiques des atomes sont aléatoirement orientés et l'aimantation résultante est nulle.
- Sous l'effet du champ magnétique, les moments magnétiques des atomes s'orientent, résultant en une aimantation dans le matériau qui augmente l'induction magnétique en son sein.

Résumé

Les matériaux comportent des **charges électriques** (As), des **dipôles électriques** (As m)... mais également des **moments magnétiques** (Am²).

Les **moments magnétiques des électrons** sont beaucoup **plus forts** que ceux associés aux **protons**, car leur rapport de masse est $\sim 10^3$. Ils sont dus au mouvement orbital des orbitales incomplètes, et aux spins des électrons orbitaux et libres (métal).

Le **magnéton de Bohr** est la grandeur caractéristique du moment magnétique. Celui porté par le spin est:

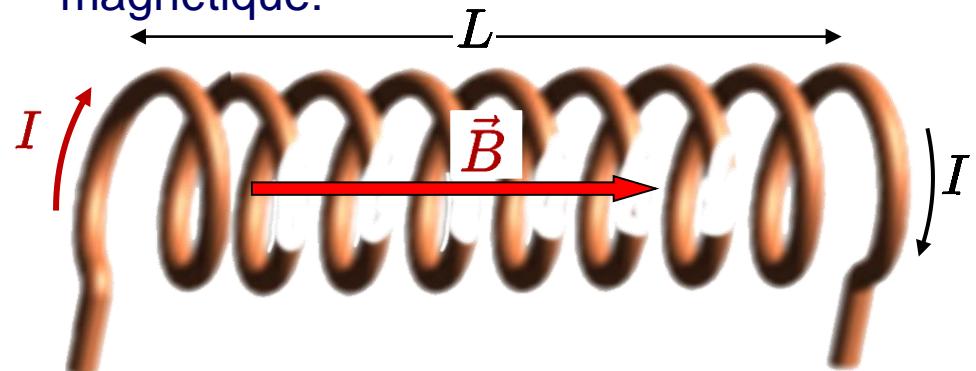
$$\mu_S \approx 2\mu_B m_s$$

L'**aimantation** caractérise la densité de moments magnétiques de la matière:

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{m}_i \quad \left[\frac{\text{Am}^2}{\text{m}^3} = \frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

Résumé

Dans le vide, l'induction magnétique est directement proportionnelle au champ magnétique:



$$\vec{H} = \frac{NI}{L} \vec{e}_z$$

champ magnétique

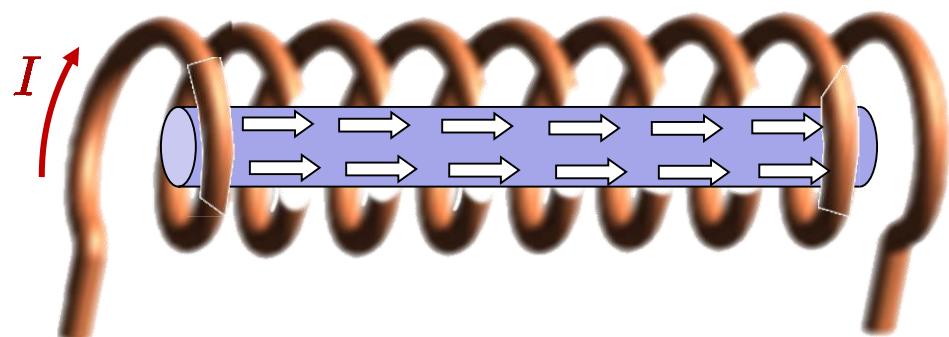
$$\vec{M} = 0$$

aimantation

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

induction magnétique

Dans la matière, l'induction magnétique doit prendre en compte l'aimantation:



$$\vec{H} = \frac{NI}{L} \vec{e}_z$$

$$\vec{M} = \chi_M \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

où l'on a défini la **susceptibilité magnétique** du matériau: $\chi_M = \frac{M}{H}$

et la **perméabilité magnétique relative** du matériau: $\mu_r = (1 + \chi_M)$

$$\mu_0 : \text{perméabilité magnétique du vide} = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

Propriétés magnétiques des matériaux

Avec les bases établies, on distingue plusieurs situations d'un point de vue magnétique pour les matériaux :

- **Diamagnétisme** : Sans champ magnétique externe, **les atomes ne portent pas de moment magnétique**. L'application d'un champ crée des moments induits et une aimantation résultante **s'opposant à \vec{H}** :
- Susceptibilité $\chi_M < 0$ et $\approx 10^{-5}$
- **Paramagnétisme** : (cas illustré auparavant) **Les atomes possèdent un moment magnétique** (combinaison des orbites et spins des e^-). Sans champ magnétique externe, l'agitation thermique est telle que l'aimantation résultante est nulle. Dans un champ, **les moments s'orientent** et résultent en une aimantation non-nulle (mais χ_M faible devant 1). Hors du champ, l'agitation thermique est suffisante pour les désorienter à nouveau.
- **Ferromagnétisme** : A une **température suffisamment basse**, les moments magnétiques de certains matériaux paramagnétiques s'orientent spontanément en des **domaines de Weiss** où ils sont alignés. Placés dans un champ magnétique externe, ces domaines **peuvent tous s'orienter** dans la direction du champ et peuvent même conserver cette aimantation en champ magnétique nul.

Propriétés magnétiques: diamagnétisme

Un matériau ne possédant *pas de moments magnétiques* voit le mouvement de ses électrons affectés une fois placé dans un champ magnétique : cela induit un **petit moment magnétique opposé au champ : diamagnétisme.**

$$\chi_M < 0 \quad \text{et} \quad \approx 10^{-5}$$

- Pas d'effet de la température
- Présent a priori dans tous les matériaux (mais peu intéressant)

Exemples de matériaux diamagnétiques

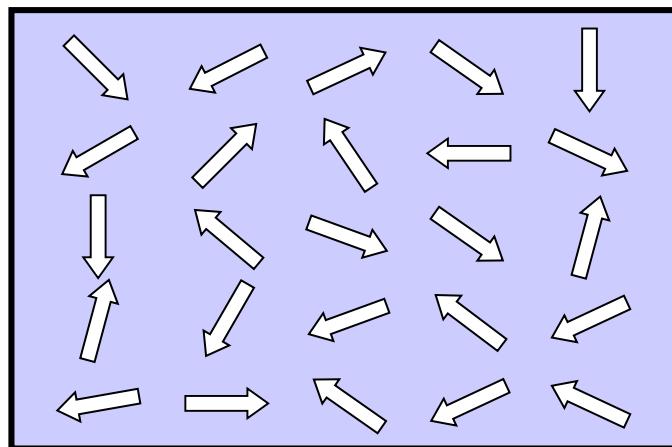
Matériaux	χ_M	Matériaux	χ_M
Al_2O_3	-1.81×10^{-5}	Si	-0.41×10^{-5}
Cu	-0.96×10^{-5}	Ag	-2.38×10^{-5}
Zn	-1.56×10^{-5}	Au	-3.44×10^{-5}
H	-2.85×10^{-5}	NaCl	-1.41×10^{-5}

Propriétés magnétiques: paramagnétisme

Certains matériaux ont un **moment magnétique à l'échelle atomique**. En présence d'un champ magnétique, ces moments s'orientent ($\chi_M > 0$): **paramagnétisme**.

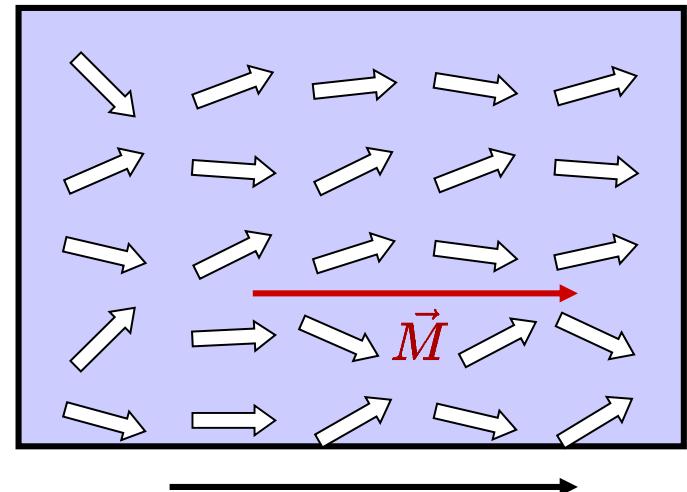
Exemples de matériaux paramagnétiques

Matériaux	χ_M
Al	2.07×10^{-5}
Cr	3.13×10^{-4}
ClCr	1.51×10^{-3}
Mo	1.19×10^{-4}
Na	8.48×10^{-6}
Ti	1.81×10^{-4}



$$\vec{H} = 0$$

$$\vec{M} = 0$$



$$\vec{H} \neq 0$$

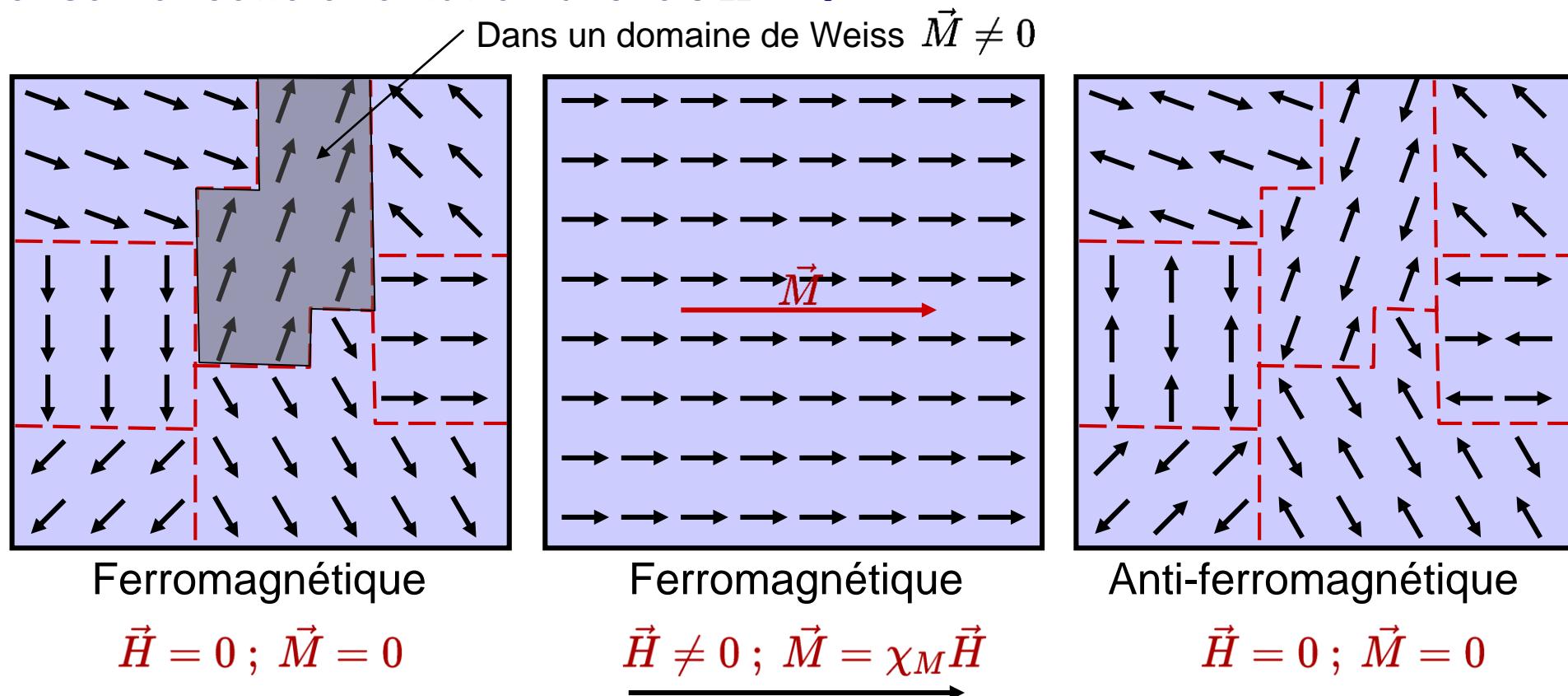
$$\vec{M} = \chi_M \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(1 + \chi_M)\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H}$$

Un aimant va donc attirer un matériau paramagnétique

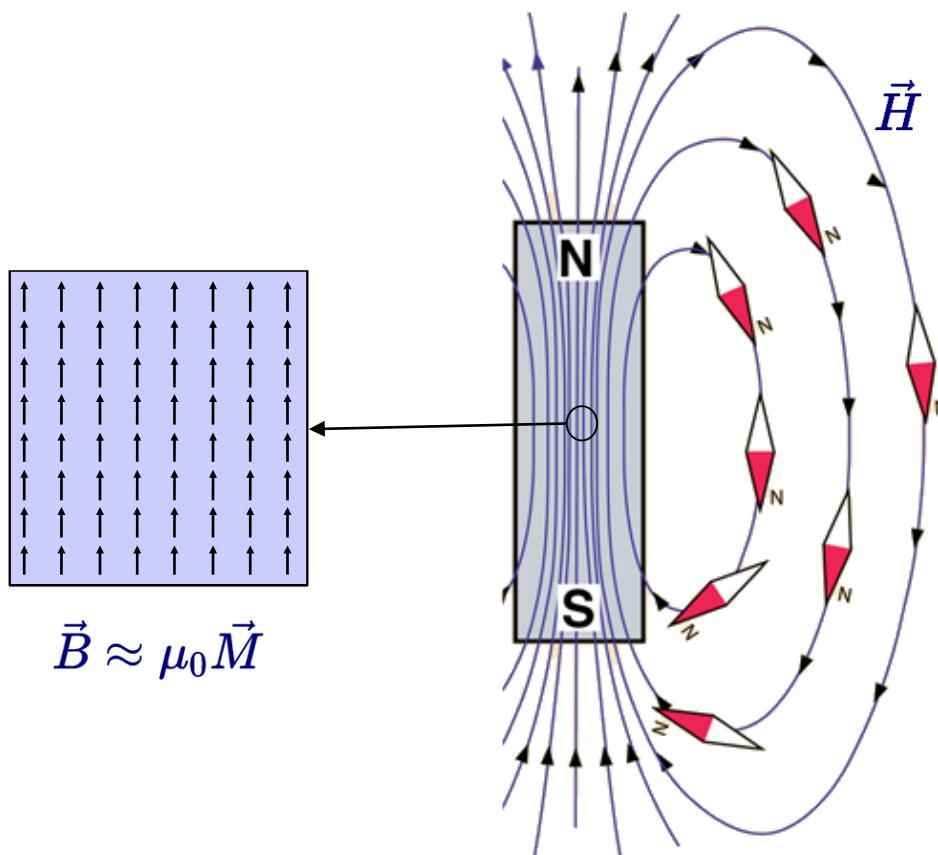
Propriétés magnétiques: ferromagnétisme

En dessous de la **température de Curie** de certains matériaux paramagnétiques, ceux-ci peuvent devenir **ferromagnétiques** (ou **anti-ferromagnétiques**): ils présentent des **domaines de Weiss** dans lesquels les moments magnétiques sont orientés. Ces domaines s'orientent dans un champ magnétique et **peuvent conserver cette orientation** une fois $\vec{H} = 0$.

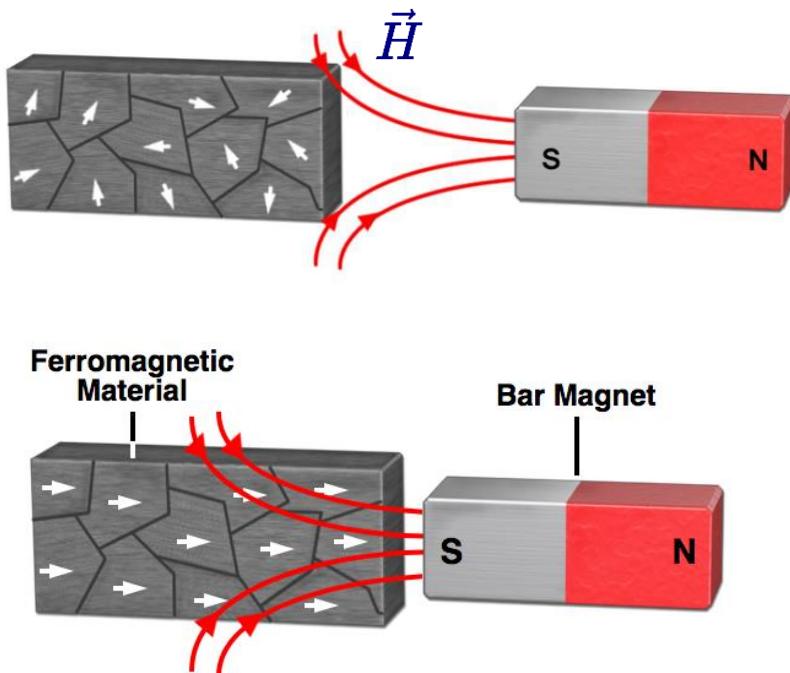


Propriétés magnétiques: ferromagnétisme

Une fois les domaines orientés, un ferromagnétique peut conserver une aimantation, ce qui crée un **champ magnétique permanent**, formant ainsi un **aimant**.

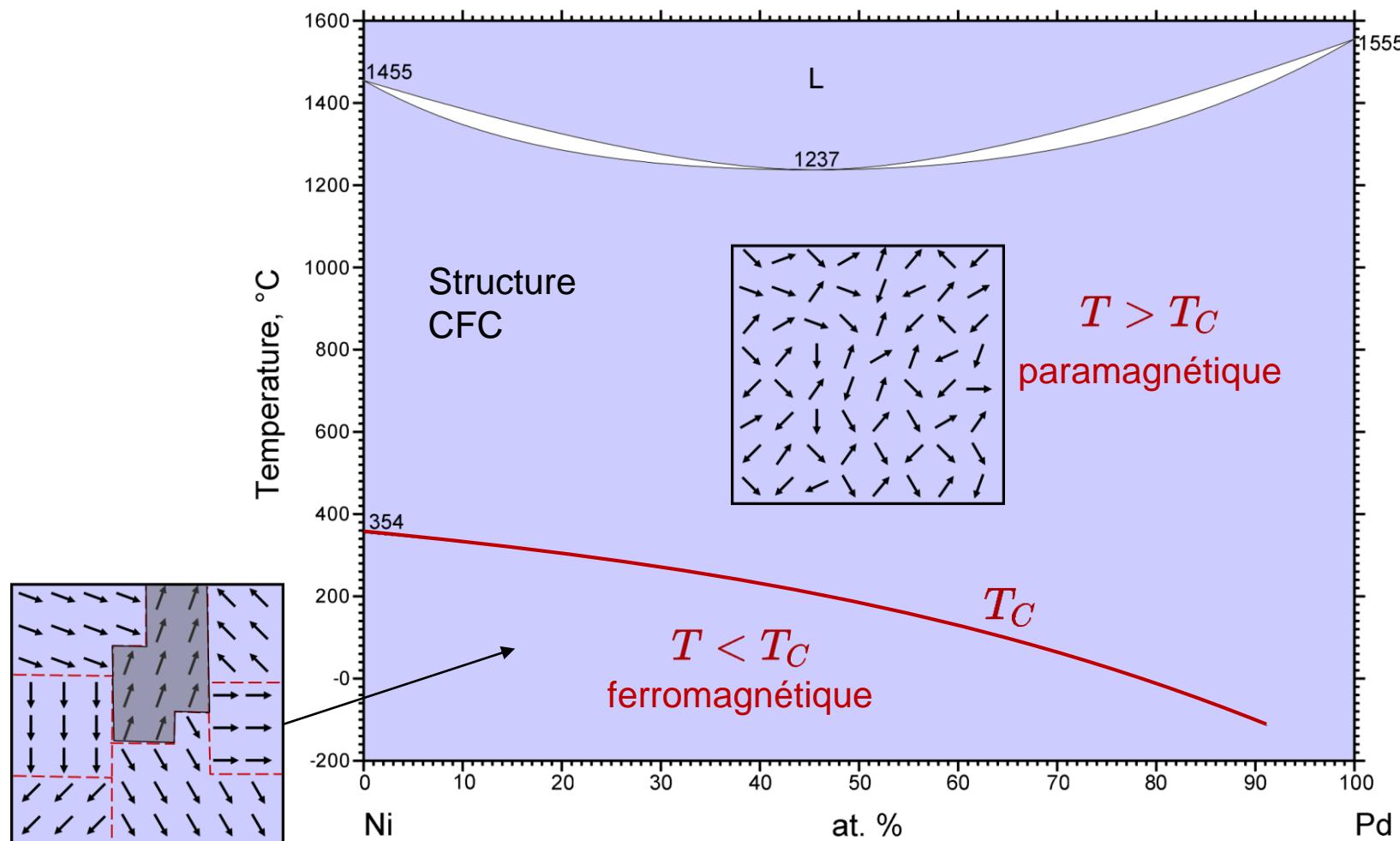


Un aimant peut à son tour attirer un paramagnétique / ferromagnétique:



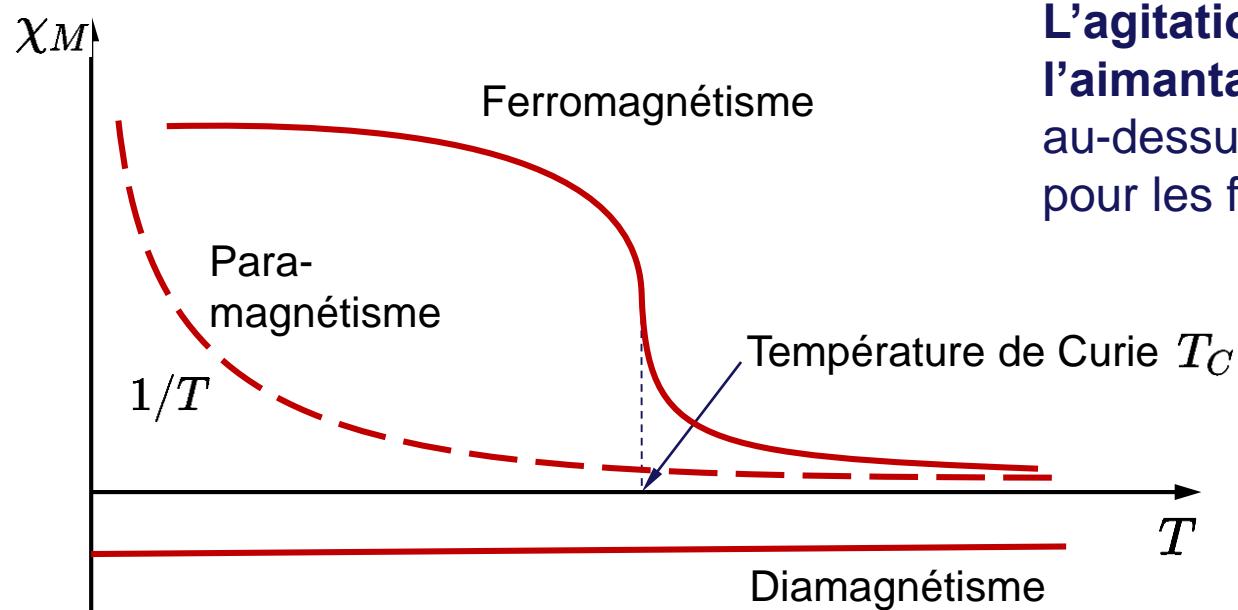
Propriétés magnétiques: ferromagnétisme

La température de Curie T_C définit donc la transition de phase **paramagnétique-ferromagnétique**, avec création de domaines de Weiss en dessous de T_C



Propriétés magnétiques: ferromagnétisme

- Les propriétés ferromagnétiques proviennent de l'interaction des moments magnétiques atomiques (surtout dus au spin) entre eux.
- Ces interactions créent spontanément des domaines de Weiss.
- Les **susceptibilités magnétiques** peuvent atteindre 10^6 . L'aimantation magnétique est alors bien plus grande que le champ magnétique et $\vec{B} \approx \mu_0 \vec{M}$
- Paramagnétisme et ferromagnétisme dépendent de la température



L'agitation thermique annule l'aimantation à haute température – au-dessus de la température de Curie pour les ferromagnétiques

Propriétés Magnétiques : Résumé des éléments

¹ H	
³ Li	⁴ Be
¹¹ Na	¹² Mg
¹⁹ K	²⁰ Ca
³⁷ Rb	³⁸ Sr
⁵⁵ Cs	⁵⁶ Ba
⁸⁷ Fr	⁸⁸ Ra

Magnetic properties of elements

 ferromagnetic
 ferromagnetic (low T)
 antiferromagnetic
 paramagnetic

 diamagnetic
 superconducting (low T)
 superconducting (more conditions)
 no data

⁵ B	⁶ C	⁷ N	⁸ O	⁹ F	¹⁰ Ne
¹³ Al	¹⁴ Si	¹⁵ P	¹⁶ S	¹⁷ Cl	¹⁸ Ar
²¹ Sc	²² Ti	²³ V	²⁴ Cr	²⁵ Mn	²⁶ Fe
³⁹ Y	⁴⁰ Zr	⁴¹ Nb	⁴² Mo	⁴³ Tc	⁴⁴ Ru
⁷² Hf	⁷³ Ta	⁷⁴ W	⁷⁵ Re	⁷⁶ Os	⁷⁷ Ir
¹⁰⁴ Rf	¹⁰⁵ Ha	¹⁰⁶ Sg	¹⁰⁷ Bh	¹⁰⁸ Hs	¹⁰⁹ Mt
¹¹⁰ Ds	¹¹¹ Rg	¹¹² Cn	¹¹³ Nh	¹¹⁴ Fl	¹¹⁵ Mc
¹¹⁶ Lv	¹¹⁷ Ts	¹¹⁸ Og			

⁵⁷ La	⁵⁸ Ce	⁵⁹ Pr	⁶⁰ Nd	⁶¹ Pm	⁶² Sm	⁶³ Eu	⁶⁴ Gd	⁶⁵ Tb	⁶⁶ Dy	⁶⁷ Ho	⁶⁸ Er	⁶⁹ Tm	⁷⁰ Yb	⁷¹ Lu
⁸⁹ Ac	⁹⁰ Th	⁹¹ Pa	⁹² U	⁹³ Np	⁹⁴ Pu	⁹⁵ Am	⁹⁶ Cm	⁹⁷ Bk	⁹⁸ Cf	⁹⁹ Es	¹⁰⁰ Fm	¹⁰¹ Md	¹⁰² No	¹⁰³ Lr

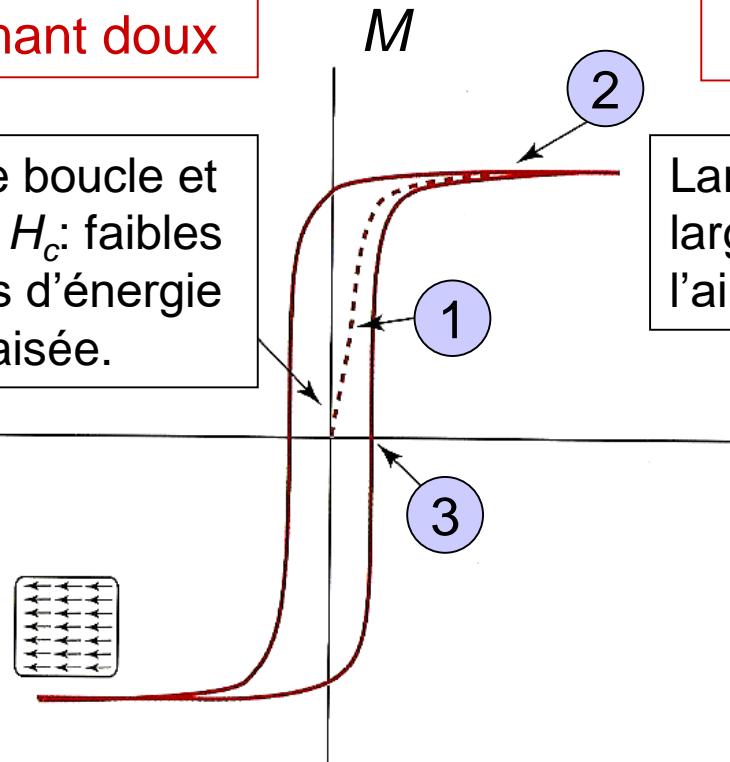
https://e-magnetica.pl/doku.php/magnetism_of_chemical_elements

Cycles d'hystérèses

Les ferromagnétiques présentent une **courbe d'hystérèse** lorsque l'on applique un champ magnétique H .

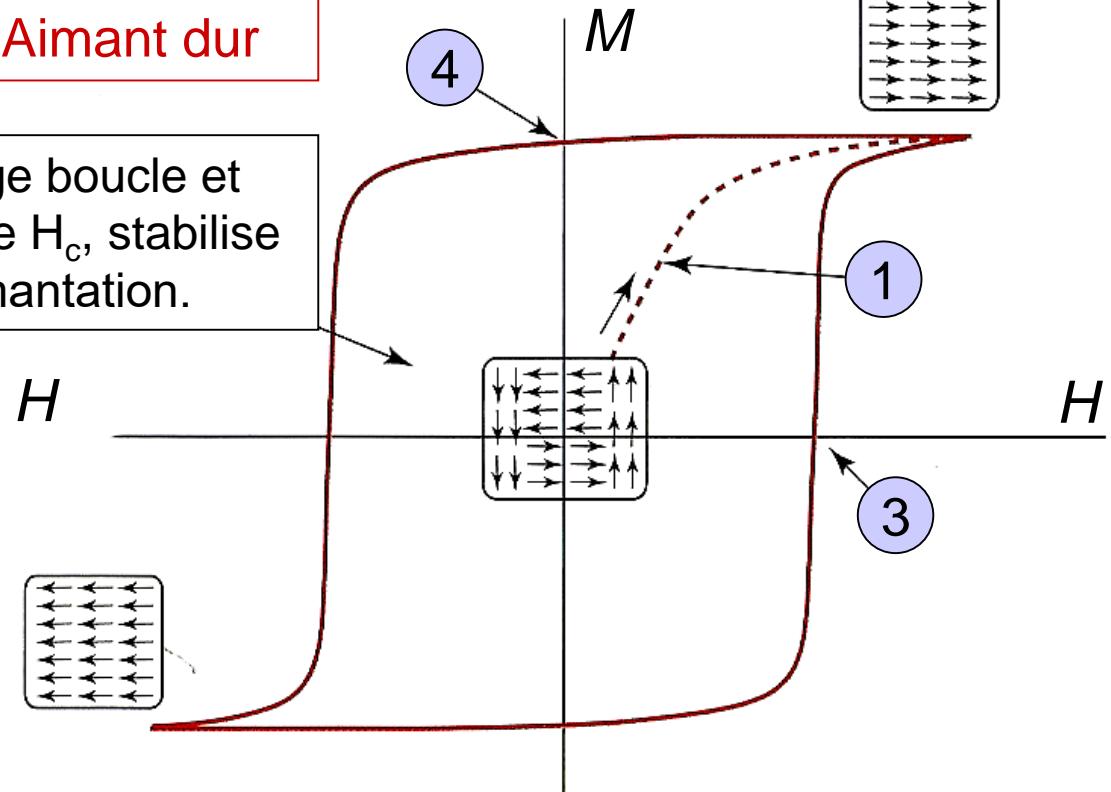
Aimant doux

Faible boucle et faible H_c : faibles pertes d'énergie et M aisée.



Aimant dur

Large boucle et large H_c , stabilise l'aimantation.



1 : Susceptibilité magnét. initiale

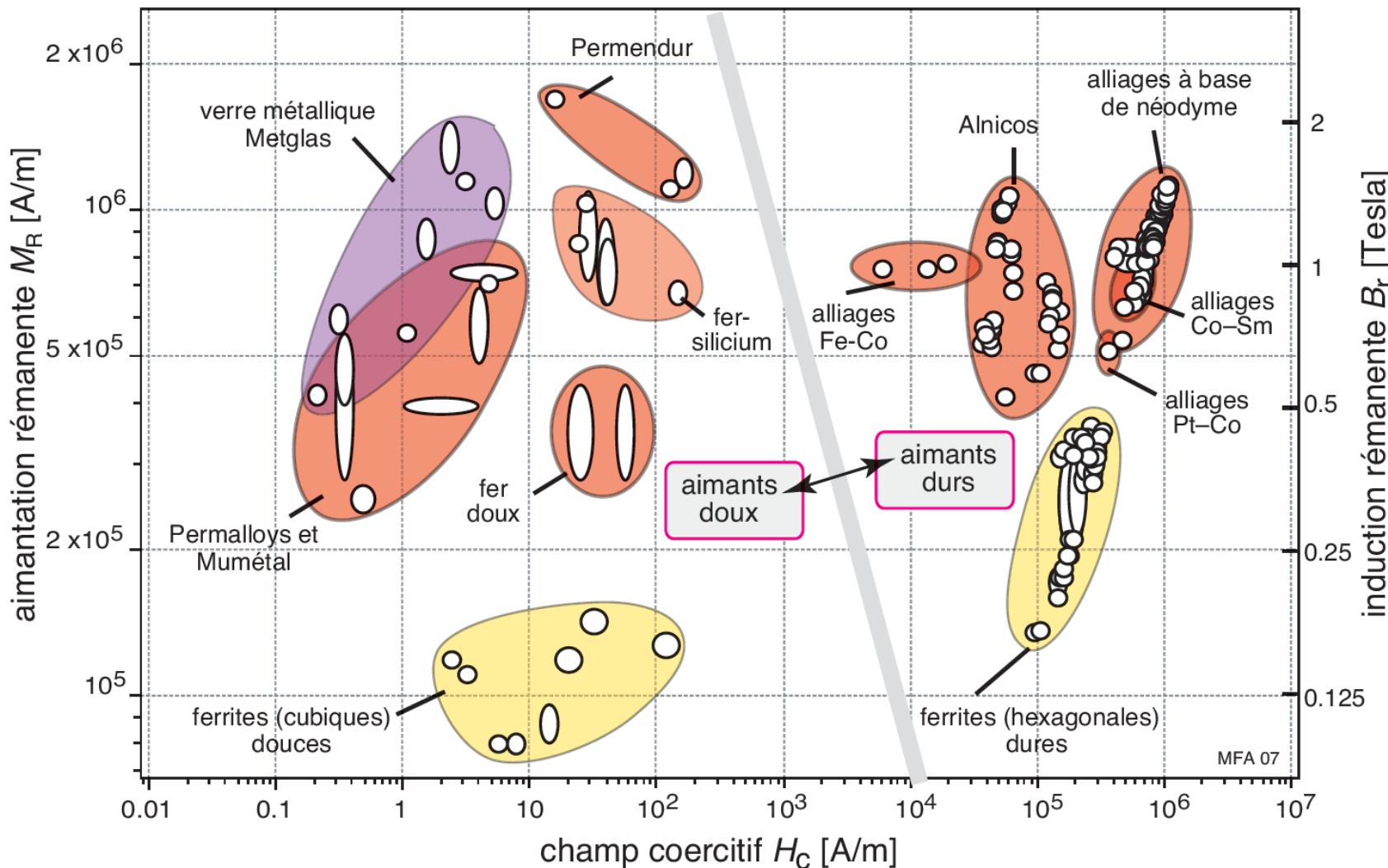
2 : Aimantation à saturation M_{sat}

3 : Champ coercitif, H_C

4 : Aimantation résiduelle, M_R
(aimant permanent)

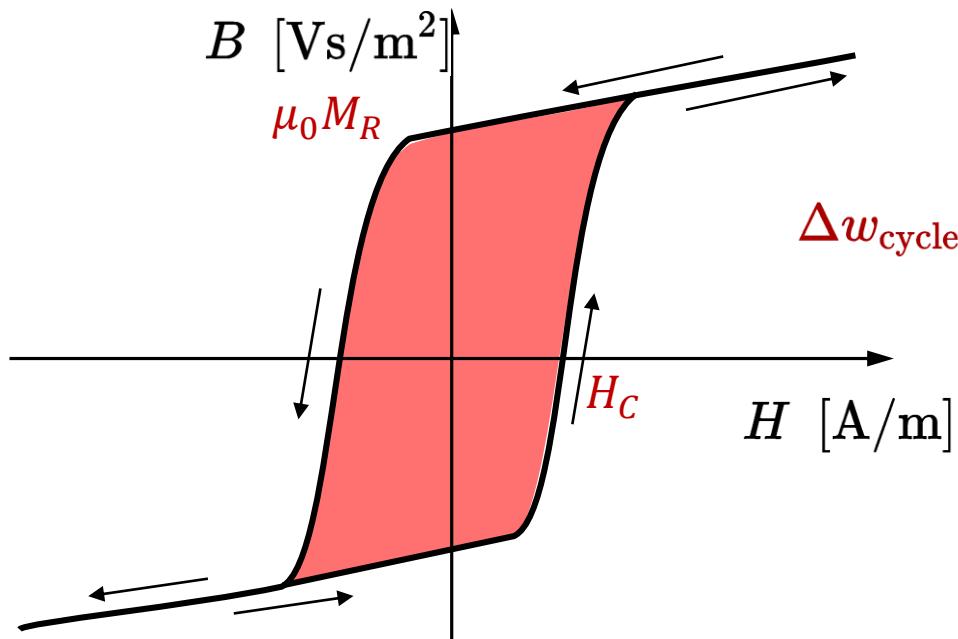
Propriétés magnétiques

Propriétés magnétiques de quelques ferromagnétiques.



Cycles d'hystérèses

La **courbe d'hystérèse** d'un ferromagnétique induit une dissipation d'énergie au cours d'un cycle.



$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \approx \mu_0 \vec{M}$$

$$\Delta w_{\text{cycle}} = \int_{\text{cycle}} \vec{B}(\vec{H}) d\vec{H} [\text{Vs/m}^2 \text{ A/m} = \text{J/m}^3]$$

C'est l'aire du cycle d'hystérèse.

L'aire du cycle d'hystérèse peut être approximée par:

$$(2\mu_0 M_R)(2H_C) = 4\mu_0 M_R H_C$$

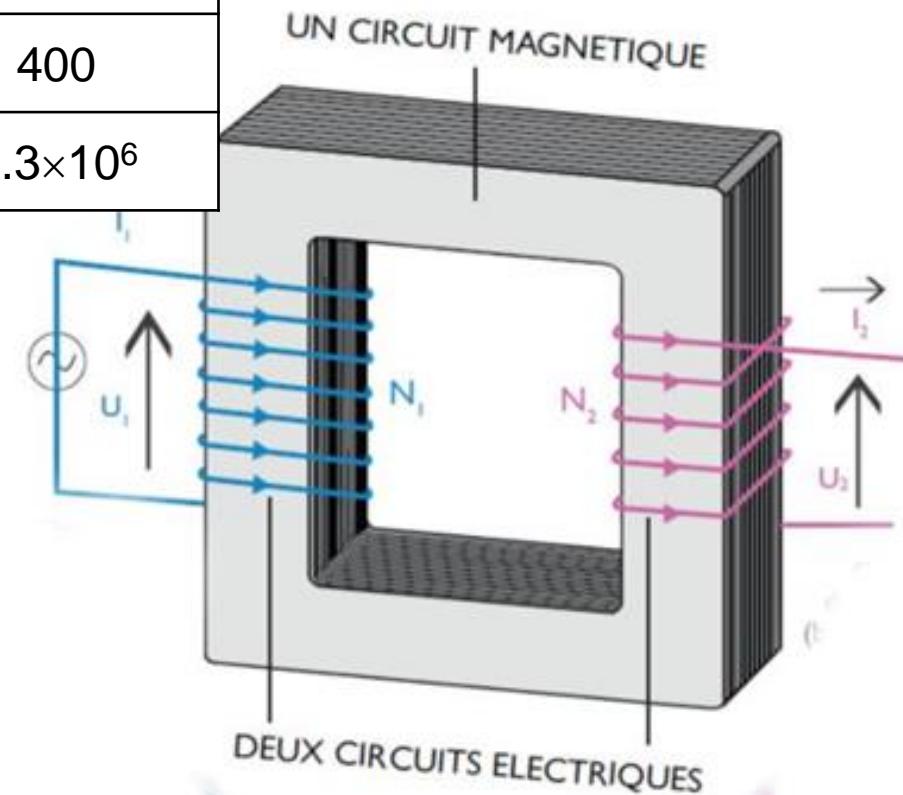
Cycles d'hystérèses

Quelques exemples de dissipation par cycle:

Aimant	$B_R = \mu_0 M_R$ [Vs/m ²]	H_C [A/m]	Δw_{cycle} [J/m ³]
Ferrite douce	0.1	10	4
Fe-Si	1	100	400
Aimant Nd	1.2	9×10^5	4.3×10^6

Pour un **transformateur**, on utilisera donc une **aimant doux**, avec une **dissipation faible**.

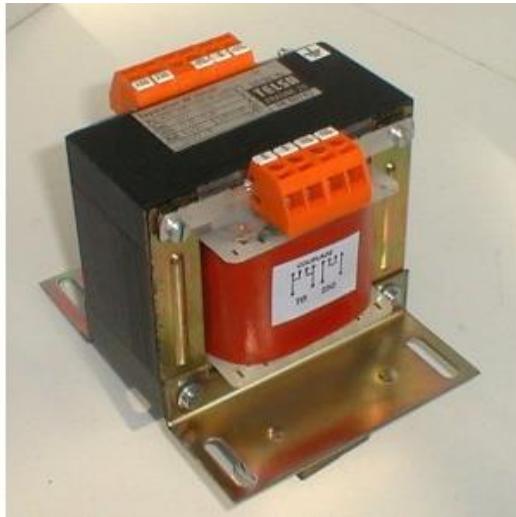
On remplace un bloc massif par des feuillets métalliques isolés entre eux pour couper les courants induits (courants de Foucault)



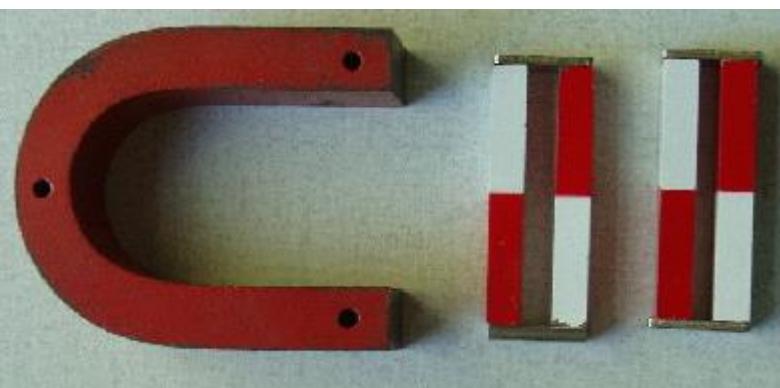
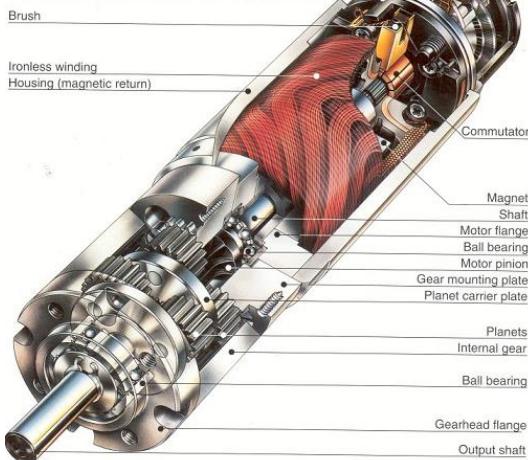
Propriétés magnétiques

Les applications des ferromagnétiques sont nombreuses:

Aimant doux



Aimant dur



MiniScience.com

Résumé

- De nombreuses applications requièrent des matériaux des fonctions magnétiques.
- Les **moments magnétiques** peuvent se représenter par des “boucles” de courant. L'aimantation d'un matériau est la somme de ces moments (atomiques, et de spin) par unité de volume.
- Les matériaux **diamagnétiques** sont dominés par la réponse des orbitales des électrons au champ externe. Ils ont une susceptibilité magnétique négative très faible ($\sim -10^{-5}$)
- Les matériaux **paramagnétiques** ont un moment magnétique atomique non nul qui domine l'aimantation due au diamagnétisme. Ils ont donc une susceptibilité positive.
- Les **ferromagnétiques** ont, en-dessous de la T de Curie, une aimantation permanente (à champ externe nul).
- Des **cycles d'hystérèse** mettent en lumière les phénomènes de dissipation d'énergie lors de cycles, les **aimants durs** ayant de fortes pertes par comparaison aux **aimants doux**.